



DEPARTAMENTO DE  
**INGENIERÍA  
ELÉCTRICA**  
UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

Ingeniería de Ejecución en Electricidad  
Mención Sistemas de Energía  
Modalidad Vespertina

# **CONTROL AUTOMÁTICO EN SISTEMAS ELÉCTRICOS CÁTEDRAS 5 & 6**

**PRIMER SEMESTRE 2018**  
**PROF. MATÍAS DÍAZ**

# Agenda



- SOLUCIÓN PRUEBA 1
- ERRORES EN ESTADO ESTACIONARIO DE UN SISTEMA DE CONTROL
- FUNDAMENTOS DEL LUGAR DE LA RAÍZ
- DISEÑO BÁSICO DE CONTROLADORES
- USO DE RLTOOL EN MATLAB
- CONTROLADORES PID

# Agenda



- SOLUCIÓN PRUEBA 1
- ERRORES EN ESTADO ESTACIONARIO DE UN SISTEMA DE CONTROL
- FUNDAMENTOS DEL LUGAR DE LA RAÍZ
- DISEÑO BÁSICO DE CONTROLADORES
- USO DE RLTOOL EN MATLAB
- CONTROLADORES PID

# Solución prueba 1



DEPARTAMENTO DE  
INGENIERÍA  
ELÉCTRICA  
UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

Pauta enviada por LOA.

Dudas, consultas?

# Agenda



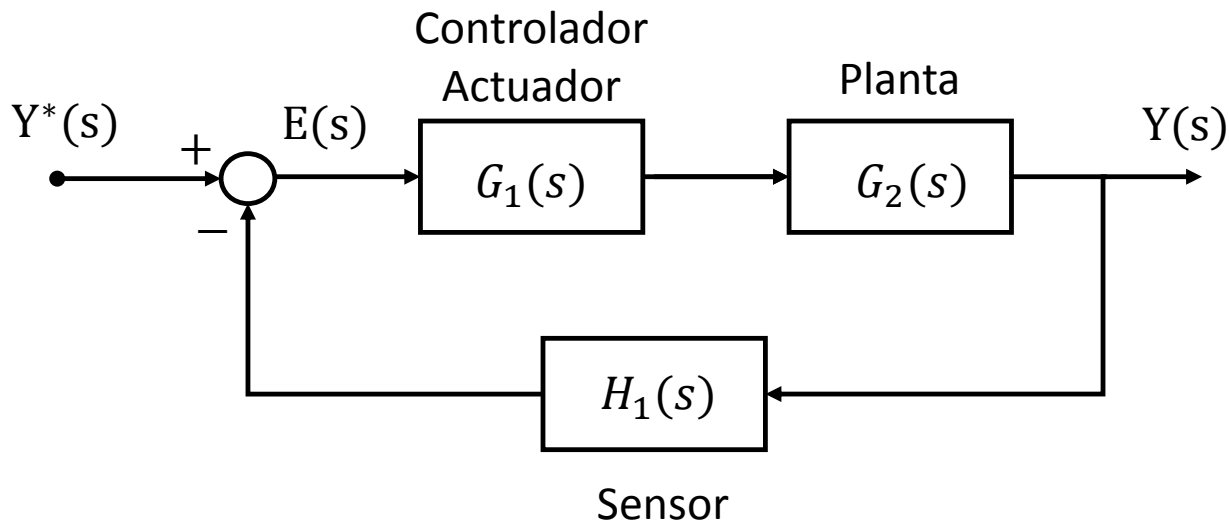
- SOLUCIÓN PRUEBA 1
- ERRORES EN ESTADO ESTACIONARIO DE UN SISTEMA DE CONTROL
- FUNDAMENTOS DEL LUGAR DE LA RAÍZ
- DISEÑO BÁSICO DE CONTROLADORES
- USO DE RLTOOL EN MATLAB
- CONTROLADORES PID

# Errores en Estado Permanente de un sistema de control



Al especificar un sistema de control se debe considerar:

- Respuesta en estado estacionario
- Respuesta Dinámica



# Errores en Estado Estacionario de un sistema de control



Al especificar un sistema de control se debe considerar:

- Respuesta en régimen permanente → Error en Estado Estacionario (EEE).
- Respuesta Dinámica → coeficiente de amortiguamiento, velocidad natural, etc.

$$\frac{Y(s)}{Y^*(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

$$E(s) = Y^*(s) \frac{1}{1 + G(s)H(s)}$$

Usando el teorema del valor final:  $\lim (t \rightarrow \infty) e(t) = \lim (s \rightarrow 0) sE(s)$

$$\lim (t \rightarrow \infty) e(t) = \lim (s \rightarrow 0) \frac{s Y^*(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

# Errores en Estado Estacionario de un sistema de control



Analizando la ecuación anterior, hay solo dos opciones para que el EEE sea 0:

- Que la referencia (entrada) sea 0
- Que  $G(s)H(s) \rightarrow \infty$  cuando  $s \rightarrow 0$

$$G(s)H(s) = \frac{k \prod (s + z_i)}{s^n \prod (s + p_i)}$$

Tabla I. Resumen de errores para algunas entradas.

Tipo de la función $G(s)H(s)$	Entrada Escalón $y^* = A/s$	Entrada rampa $y^* = A/s^2$	Entrada parabólica $y^* = A/s^3$
0	$e_{ss} = \frac{A}{1 + K_p}$	$e_{ss} = \infty$	$e_{ss} = \infty$
1	$e_{ss} = 0$	$e_{ss} = \frac{A}{K_v}$	$e_{ss} = \infty$
2	$e_{ss} = 0$	$e_{ss} = 0$	$e_{ss} = \frac{A}{K_a}$
3	$e_{ss} = 0$	$e_{ss} = 0$	$e_{ss} = 0$



# Errores en Estado Estacionario de un sistema de control



Tabla I. Resumen de errores para algunas entradas.

<i>Tipo de la función</i> $G(s)H(s)$	<i>Entrada Escalón</i> $y^* = A/s$	<i>Entrada rampa</i> $y^* = A/s^2$	<i>Entrada parabólica</i> $y^* = A/s^3$
0	$e_{ss} = \frac{A}{1 + K_p}$	$e_{ss} = \infty$	$e_{ss} = \infty$
1	$e_{ss} = 0$	$e_{ss} = \frac{A}{K_v}$	$e_{ss} = \infty$
2	$e_{ss} = 0$	$e_{ss} = 0$	$e_{ss} = \frac{A}{K_a}$
3	$e_{ss} = 0$	$e_{ss} = 0$	$e_{ss} = 0$

# Errores en Estado Estacionario de un sistema de control



El lugar de la raíz es el procedimiento de diseño utilizado en la primera parte de este curso. Se asume que el procedimiento “mecánico” de construcción del lugar de la raíz ya ha sido estudiado previamente. En este curso se hace uso de MATLAB y SIMULINK y por lo tanto no se considera necesario memorizar las doce reglas de construcción del lugar de la raíz. Sin embargo, entender los conceptos relacionados con este método es fundamental para efectuar diseño de controladores.

# Agenda



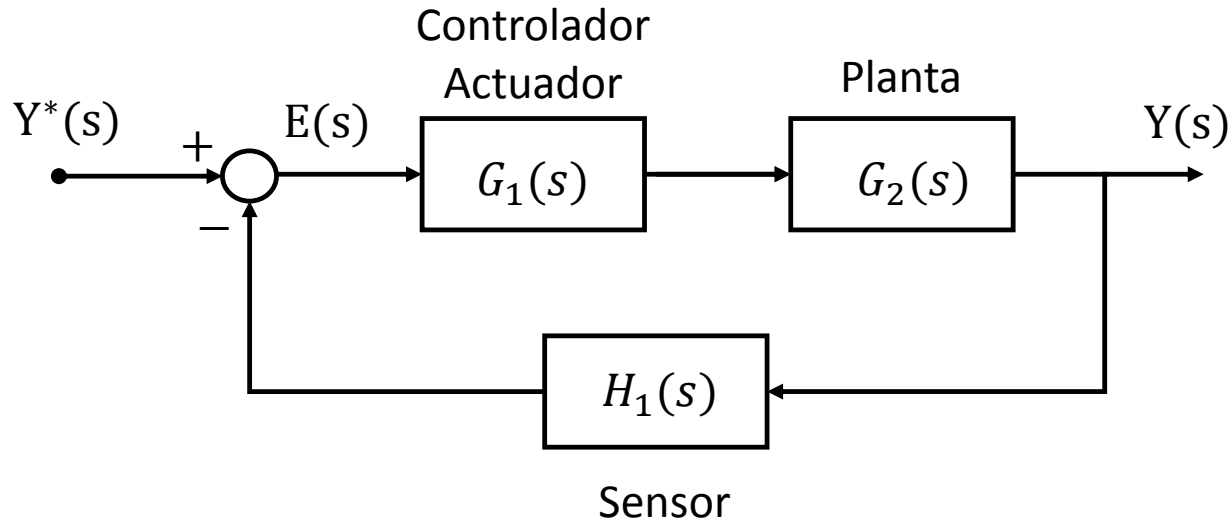
- SOLUCIÓN PRUEBA 1
- ERRORES EN ESTADO ESTACIONARIO DE UN SISTEMA DE CONTROL
- FUNDAMENTOS DEL LUGAR DE LA RAÍZ
- DISEÑO BÁSICO DE CONTROLADORES

# Fundamentos del lugar de la raíz



El lugar de la raíz es un método gráfico de encontrar la posición de los polos de lazo cerrado de la función de transferencia:

$$\frac{Y(s)}{Y^*(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$



# Fundamentos del lugar de la raíz



En otras palabras utilizando el lugar de la raíz se encuentra gráficamente las soluciones de la ecuación característica  $1+G(s)H(s)=0$ , que puede escribirse como:

$$\prod (s + p_j) + k \prod (s + z_i) = 0$$

Para un conjunto dado de polos y ceros de lazo abierto,  $p_j$  y  $z_i$ , la posición de los polos de lazo cerrado depende del valor de la ganancia  $K$ . Por simple inspección, se puede concluir que cuando la ganancia es cero o tiene un valor muy pequeño la posición de los polos de lazo cerrado es la misma que los polos de lazo abierto. Cuando la ganancia  $K \rightarrow \infty$  los polos de lazo cerrado están en la misma posición que los ceros de lazo abierto. No se debe confundir los polos de lazo abierto con los de lazo cerrado. Los polos de lazo abierto son los que se encuentran en la función de lazo abierto  $G(s)H(s)$ . Los polos de lazo cerrado son las soluciones de la ecuación característica.

# Fundamentos del lugar de la raíz



Utilizando la ecuación  $1+G(s)H(s)=0$ , se puede demostrar que existe un polo de lazo cerrado, cuando se cumple la condición de módulo y la condición de ángulo. Estas condiciones se expresan en las siguientes ecuaciones:

$$|G(s)H(s)| = 1$$

$$\text{Angulo}(G(s)H(s)) = 180 \pm k360$$

Donde  $k$  es un entero. La condición de ángulo es la mas importante ya que la condición de módulo es simple de obtener variando la ganancia del controlador u otros elementos.

$$|G(s)H(s)| = K \left| \frac{\prod_{i=1}^m (s + z_i)}{s^n \prod_{j=1}^l (s + p_j)} \right|_{s=\sigma \pm j\omega} = 1$$

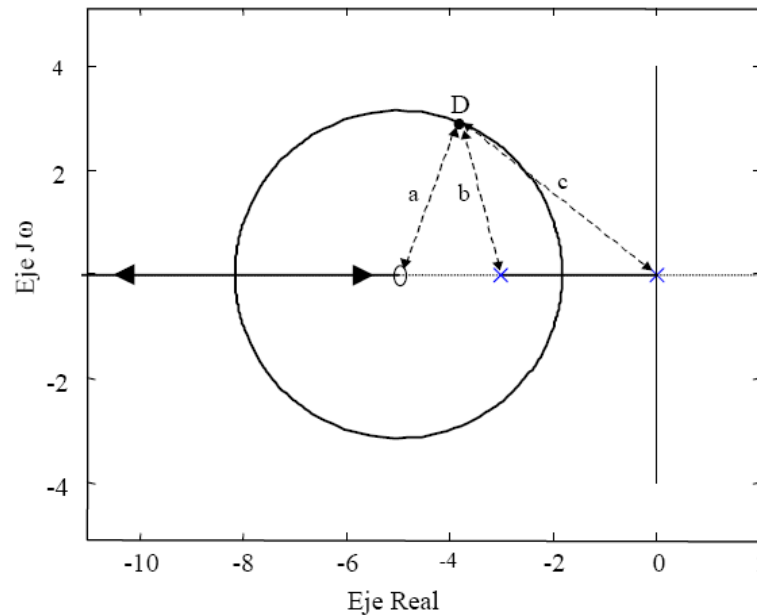
# Fundamentos del lugar de la raíz



Ejemplo

$$G(s)H(s) = \frac{K(s+5)}{s(s+3)}$$

Plano Complejo de la  
FT del ejemplo



Se debe cumplir

$$|G(s)H(s)| = 1$$

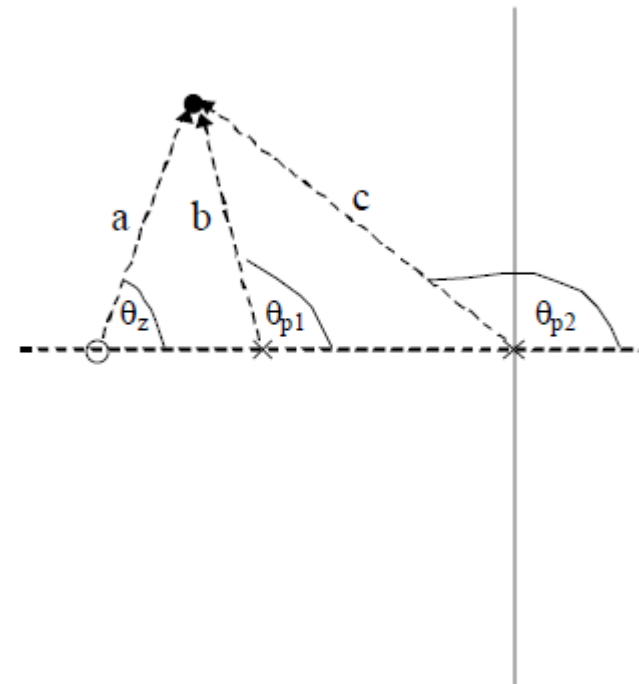
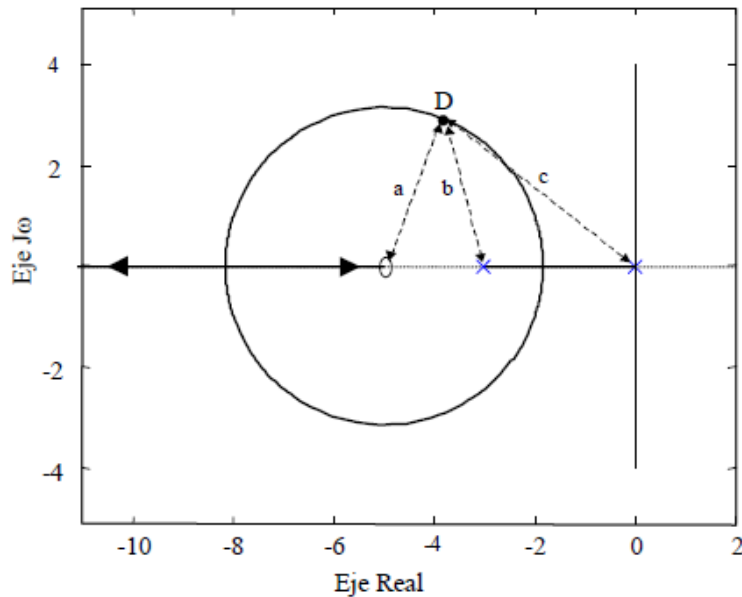
$$\text{Angulo}(G(s)H(s)) = 180 \pm k 360$$

# Fundamentos del lugar de la raíz



$$K = \frac{\prod(\text{distancia del punto a los polos})}{\prod(\text{distancia del punto a los ceros})}$$

$$\Sigma (\text{Angulos de los polos}) - \Sigma (\text{Angulos de los ceros}) = 180 \pm k 360$$

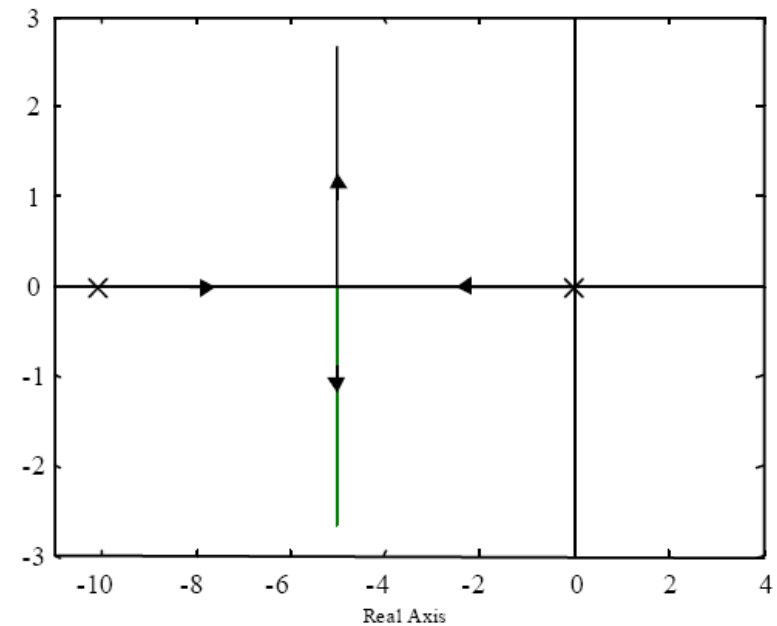
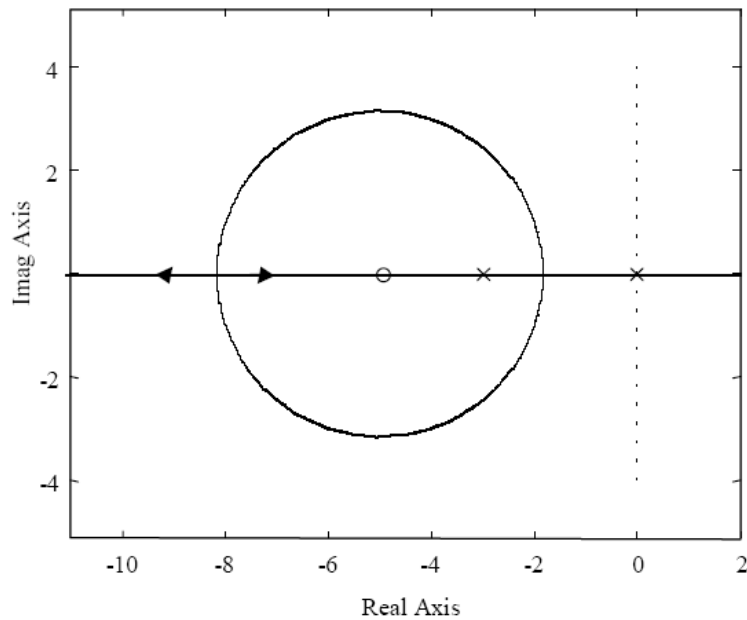




# Fundamentos del lugar de la raíz



## Lugares de la raíz típicos de sistemas eléctricos



# Agenda



- SOLUCIÓN PRUEBA 1
- ERRORES EN ESTADO ESTACIONARIO DE UN SISTEMA DE CONTROL
- FUNDAMENTOS DEL LUGAR DE LA RAÍZ
- **DISEÑO BÁSICO DE CONTROLADORES**

# Diseño básico de controladores



No existen reglas para el diseño de controladores. Para una planta y especificaciones dadas pueden existir dos o más controladores que entreguen buen desempeño.

En las siguientes páginas se estudiarán varios enfoques para diseñar un controlador simple para una planta de primer orden.

# Diseño básico de controladores



Los enfoques de diseño no son únicos. El estudiante debe recordar que las únicas limitaciones que existen para diseñar un controlador son:

- El controlador debe cumplir con las especificaciones a lazo cerrado.
- El controlador debe ser simple. Las soluciones complicadas pueden ser difíciles de implementar. Recuerde, en ingeniería las soluciones simples son las que funcionan.

# Diseño básico de controladores



La planta de primer orden es muy común, especialmente en máquinas eléctricas. En las siguientes secciones se estudiarán controladores para cumplir con las siguientes especificaciones a lazo cerrado:

- Cero error a estado estacionario para una entrada escalón.
- Frecuencia natural.
- Coeficiente de amortiguamiento.

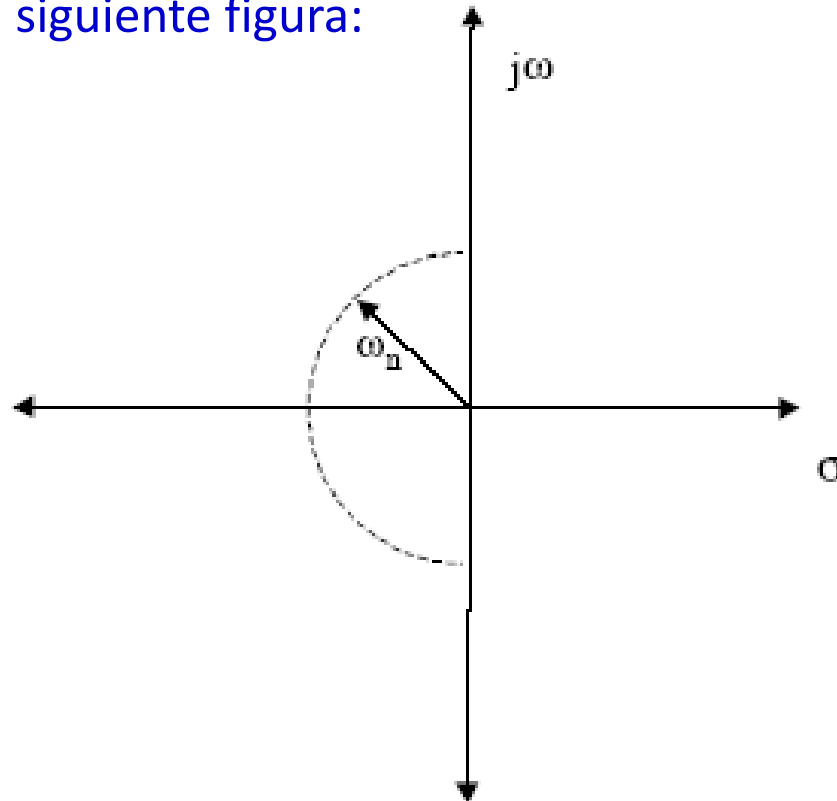
Antes de estudiar cualquier controlador se puede obtener la siguiente información, considerando las especificaciones del sistema:

1) El sistema a lazo abierto debe tener un polo en el origen. Sin este polo no es posible obtener cero error a estado estacionario con entrada escalón.

# Diseño básico de controladores



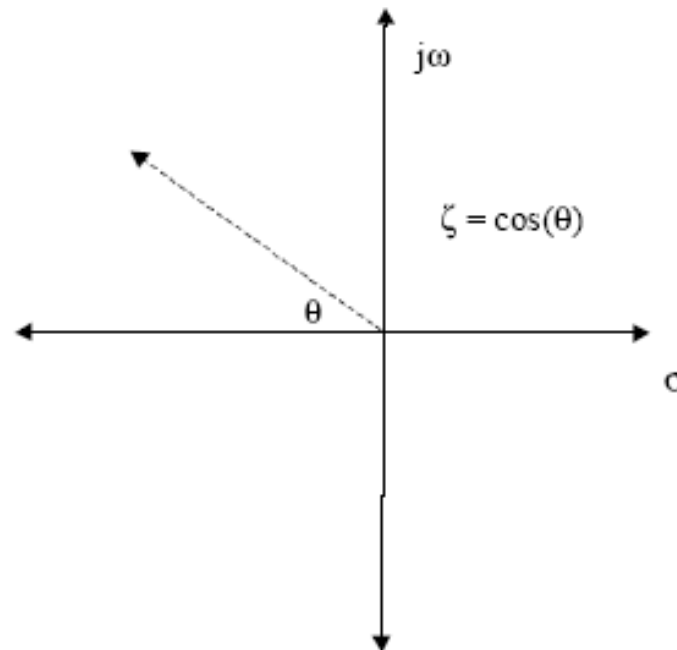
2) Todas las combinaciones posibles de polos a lazo cerrado, que entregan una frecuencia natural  $\omega_n$  forman un semicírculo de radio  $\omega_n$ . Esto se muestra en la siguiente figura:



# Diseño básico de controladores



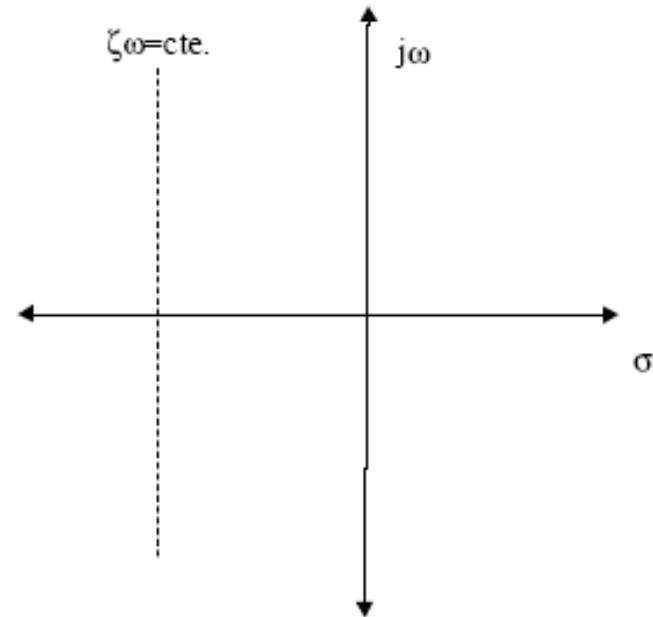
3) Todas las combinaciones posibles, de polos a lazo cerrado, que entregan un coeficiente de amortiguamiento  $\zeta$  forman una línea recta. Esto se muestra en la siguiente figura:



# Diseño básico de controladores



4) Todos los polos de lazo cerrado que entregan una respuesta con similar tiempo de establecimiento forman una línea recta perpendicular con el eje real.







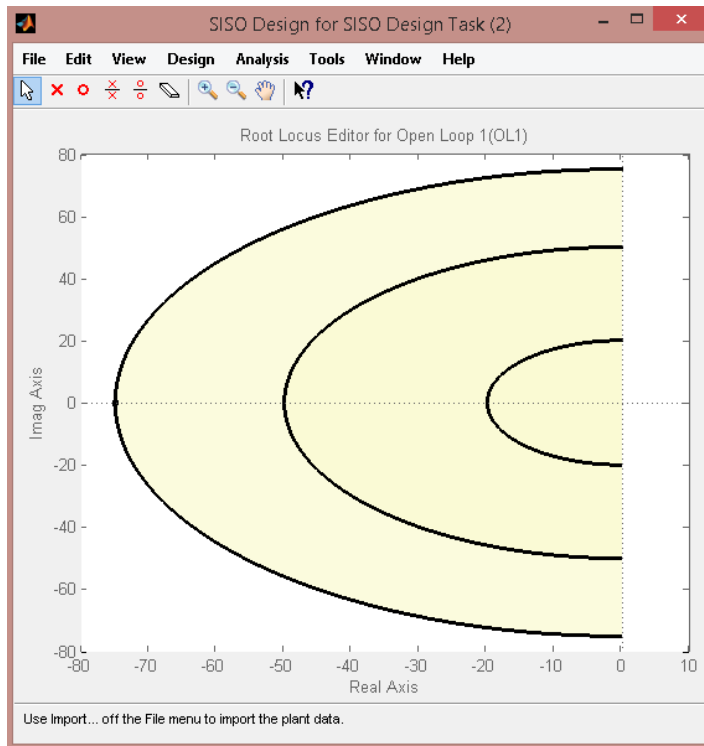
## Resumen:

- El controlador debe cumplir con las especificaciones a lazo cerrado.
- El sistema a lazo abierto debe tener un polo en el origen. Sin este polo no es posible obtener cero error a estado estacionario con entrada escalón.
- El controlador debe ser simple. Las soluciones complicadas pueden ser difíciles de implementar. Recuerde, en ingeniería las soluciones simples son las que funcionan.

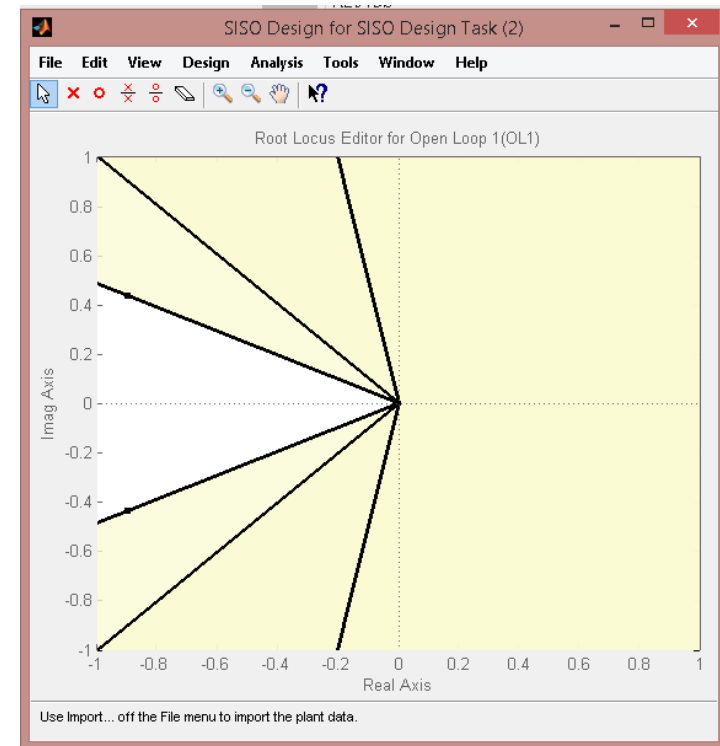
Respuesta en régimen permanente → Error en Estado Estacionario (EEE).

Respuesta Dinámica → coeficiente de amortiguamiento, velocidad natural, etc

# Diseño Básico de Controladores



Todas las combinaciones posibles de polos a lazo cerrado, que entregan una frecuencia natural  $\omega_n$  forman un semicírculo de radio  $\omega_n$ .



Todas las combinaciones posibles, de polos a lazo cerrado, que entregan un coeficiente de amortiguamiento  $\zeta$  forman una línea recta.

# Agenda



- SOLUCIÓN PRUEBA 1
- ERRORES EN ESTADO ESTACIONARIO DE UN SISTEMA DE CONTROL
- FUNDAMENTOS DEL LUGAR DE LA RAÍZ
- DISEÑO BÁSICO DE CONTROLADORES
- **USO DE RLTOOL EN MATLAB**
- CONTROLADORES PID



## Definición de Planta en Matlab

### Command Window

```
>> num=[1]

num =

     1

>> den=[2e-3 1]

den =

           0.002           1

>> s1=tf(num,den)

s1 =

      1
-----
0.002 s + 1

Continuous-time transfer function.

>> rltool(s1)
>> rltool(
```

# Uso de RLTool en Matlab



## Entorno “RLTool”

The screenshot displays the RLTool environment in Matlab, divided into two main windows.

**Control and Estimation Tools Manager:** This window shows the workspace on the left with 'SISO Design Task (2)' selected. The main area is titled 'Architecture' and contains a block diagram of a feedback control system. The diagram shows a forward path with blocks 'F' (green) and 'G' (yellow), and a feedback path with block 'H' (yellow). A summing junction is located between 'F' and 'G'. Below the diagram are several configuration buttons:

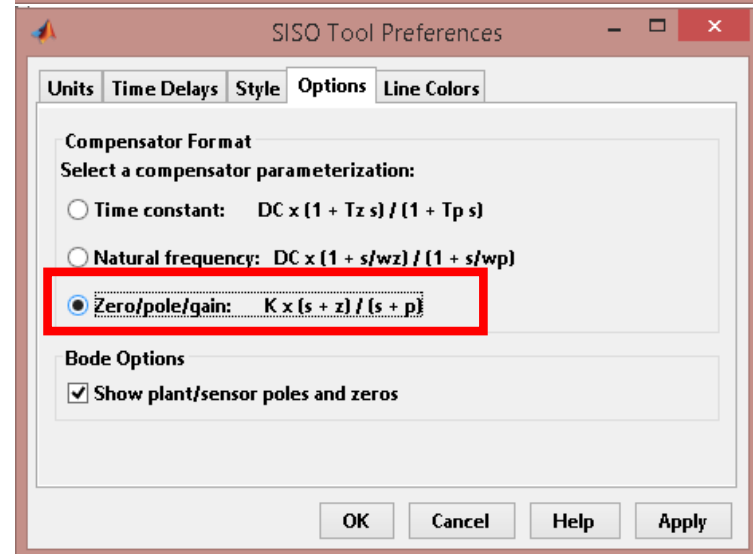
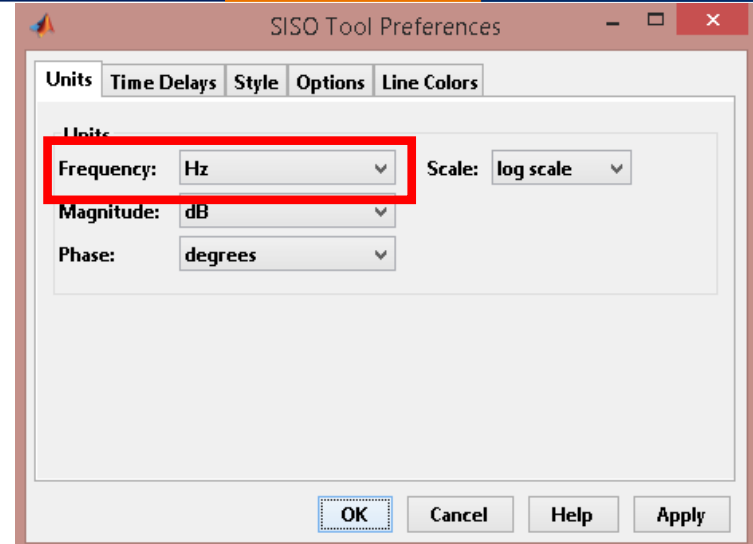
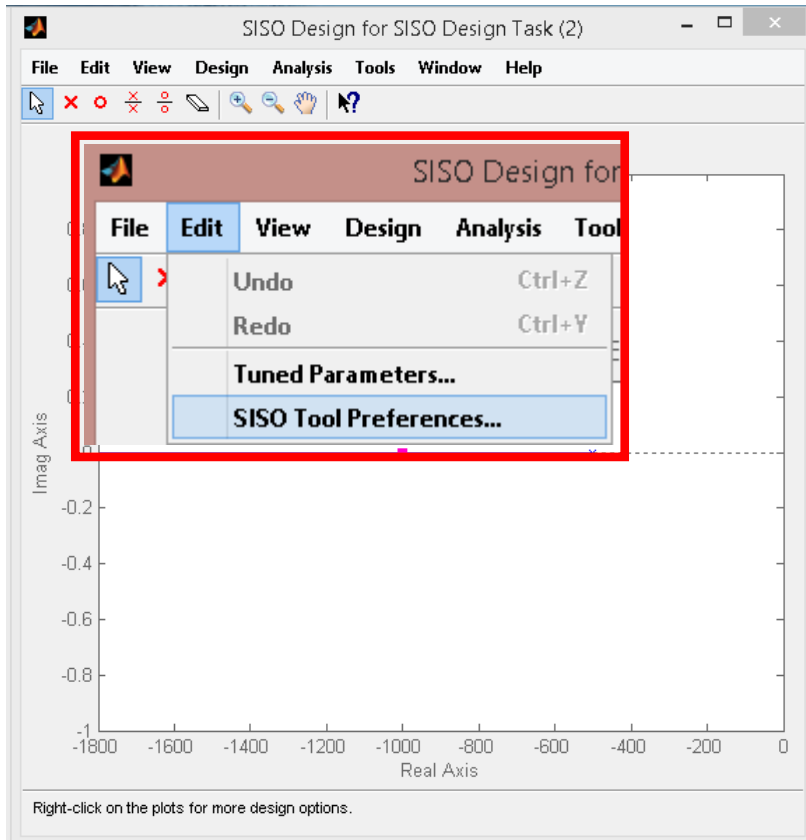
- Control Architecture ...**: Modify architecture, labels and feedback signs.
- Loop Configuration...**: Configure additional loop openings for multi-loop design.
- System Data ...**: Import data for compensators and fixed systems.
- Sample Time Conversion ...**: Change the sample time of the design.
- Multimodel Configuration ...**: Change the nominal plant and multimodel options.

At the bottom of this window are buttons for 'Show Architecture', 'Store Design', and 'Help'.

**Root Locus Editor for Open Loop 1 (OL1):** This window displays a root locus plot. The horizontal axis is the 'Real Axis' ranging from -1800 to 0, and the vertical axis is the 'Imag Axis' ranging from -1 to 1. A blue horizontal line is drawn at Imag Axis = 0. There is a red square marker on the real axis at approximately -1000 and a blue 'x' marker at approximately -500. The plot area includes a toolbar with various design tools and a note at the bottom: 'Right-click on the plots for more design options.'

# Uso de RLTool en Matlab

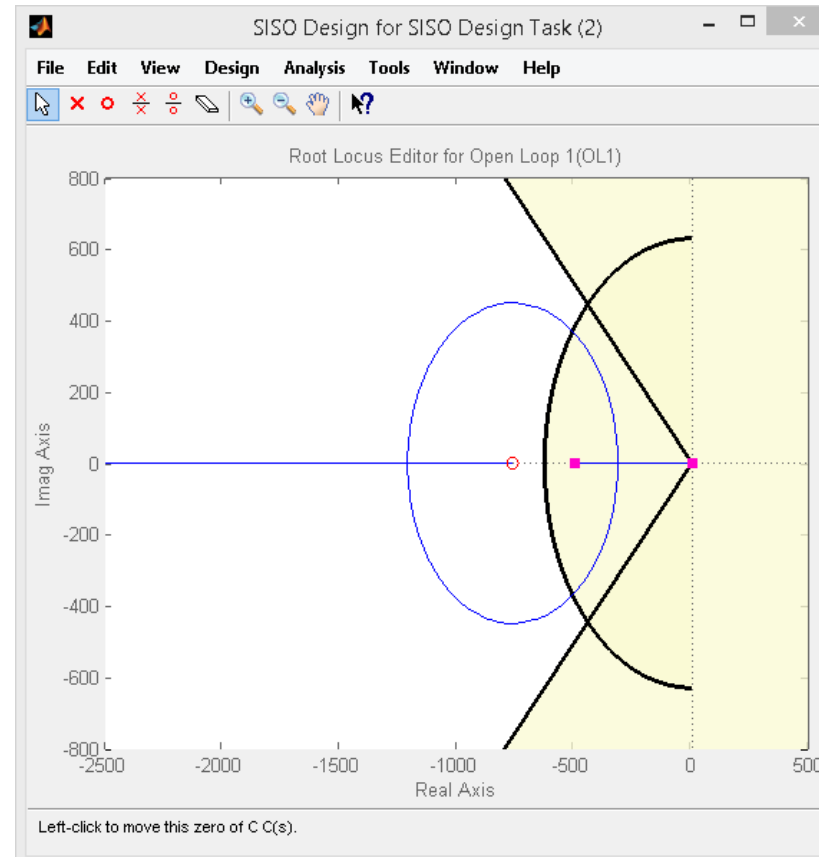
## Configuraciones



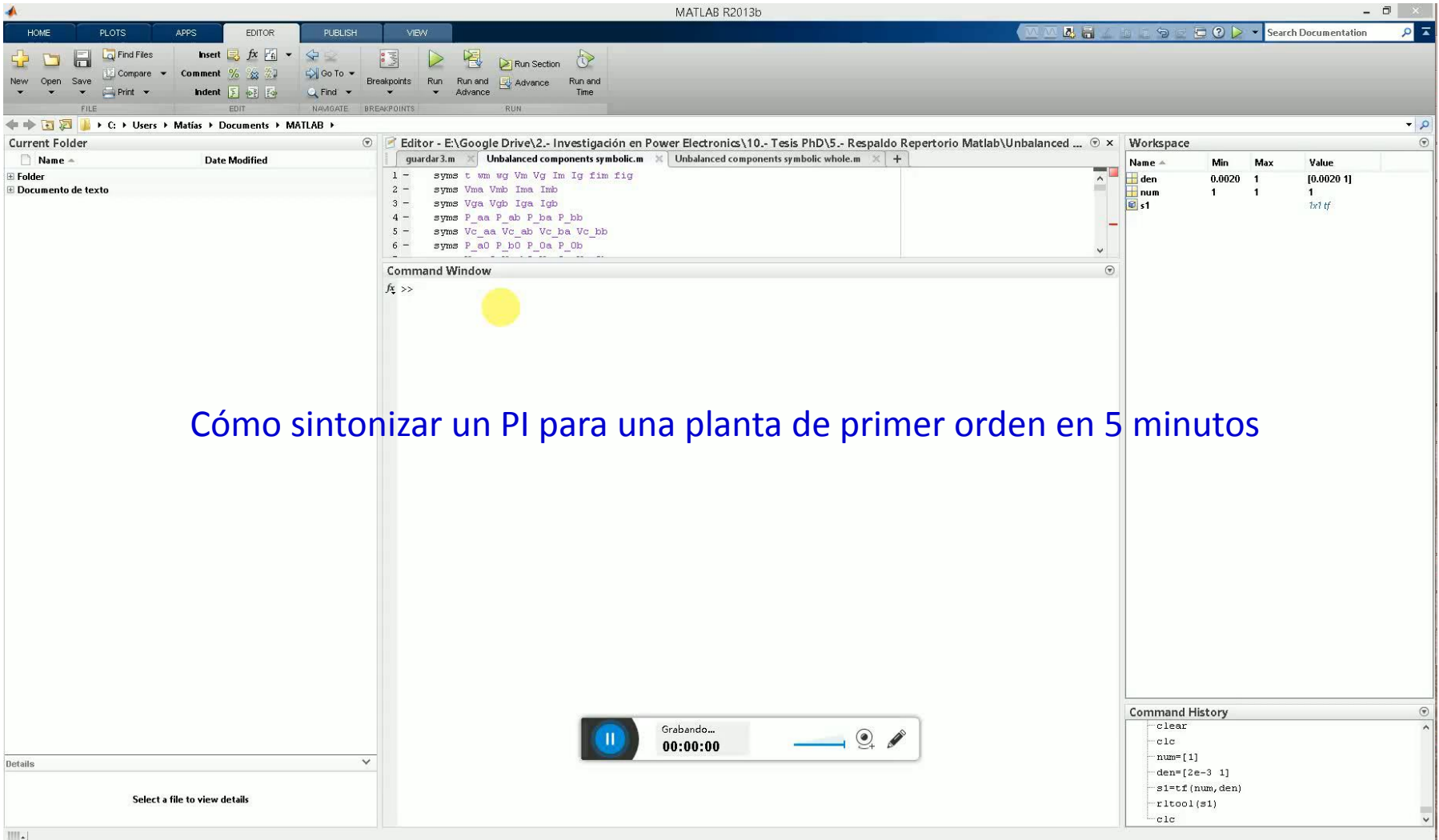
# Uso de RLTool en Matlab



## Aplicando configuraciones de control



# Uso de RLTool en Matlab



Current Folder

Name	Date Modified
Folder	
Documento de texto	

Editor - E:\Google Drive\2.- Investigación en Power Electronics\10.- Tesis PhD\5.- Respaldo Repertorio Matlab\Unbalanced ...

```
guardar3.m Unbalanced components symbolic.m Unbalanced components symbolic whole.m  
1 - syms t wn wg Vm Vg Im Ig fim fig  
2 - syms Vma Vmb Ima Imb  
3 - syms Vga Vgb Iga Igb  
4 - syms P_aa P_ab P_ba P_bb  
5 - syms Vc_aa Vc_ab Vc_ba Vc_bb  
6 - syms P_a0 P_b0 P_0a P_0b
```

Command Window

```
fz >>
```

Workspace

Name	Min	Max	Value
den	0.0020	1	[0.0020 1]
num	1	1	1
s1			1s1 tf

Command History

```
clear  
clc  
num=[1]  
den=[2e-3 1]  
s1=tf(num,den)  
rltool(s1)  
clc
```

Grabando... 00:00:00

Select a file to view details

Cómo sintonizar un PI para una planta de primer orden en 5 minutos



# Agenda

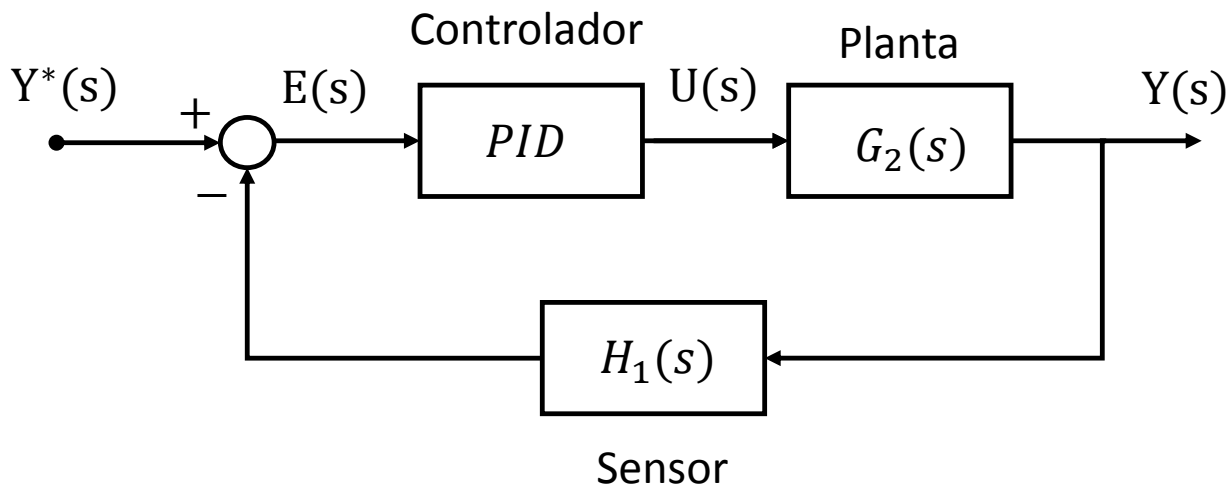


- SOLUCIÓN PRUEBA 1
- ERRORES EN ESTADO ESTACIONARIO DE UN SISTEMA DE CONTROL
- FUNDAMENTOS DEL LUGAR DE LA RAÍZ
- DISEÑO BÁSICO DE CONTROLADORES
- USO DE RLTOOL EN MATLAB
- CONTROLADORES PID

# Controladores PID

Los controladores más utilizados en aplicaciones industriales son los controladores Proporcionales, Integrales y Derivativos (PID). La ecuación en el dominio de Laplace es:

$$U(s) = \left[ k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \right] E(s)$$



# Controladores PID



## **Acción proporcional**

La acción proporcional multiplica el error por una “ganancia”.

## **Acción integral**

La acción integral da una respuesta proporcional a la integral del error. Esta acción elimina el error en régimen estacionario. Por contra, se obtiene una respuesta más lenta y oscilatoria.

## **Acción derivativa**

La acción derivativa da una respuesta proporcional a la derivada del error (velocidad de cambio del error). Añadiendo esta acción de control a las anteriores se disminuye el exceso de sobreoscilaciones.

# Controladores PID



$$u(s) = K_p e(s)$$

Controlador P

$$u(s) = K_p e(s) + \frac{1}{T_i s} e(s)$$

Controlador PI

$$u(s) = \left( K_p + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) e(s)$$

Controlador PID

# Fundamentos del lugar de la raíz



## Ejemplo en Matlab